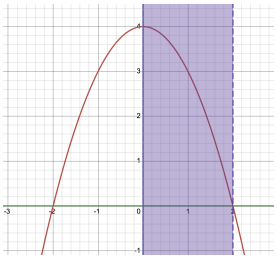
TUGAS KOLABORASI MATEMATIKA WAJIB DAN INFORMATIKA (XII C3)

Amanda Patricia Kadrie/03
Cornelia Nathania/10
Nathania Marvella Jonoadji/29
Patricia Valentine Kriswanto/32

1. Tentukan luas daerah yang di arsir!



Diketahui: Daerah yang dicari dibatasi oleh parabola, sumbu x, sumbu y, dan pada selang $0 < x < 2$.

a) Menentukan persamaan parabola:
Rumus fungsi kuadrat dengan titik puncak (xp, yp) = (0, 4):

$y = a(x - xp)^2 + yp$

$y = a(x - 0)^2 + 4$

$y = a(x)^2 + 4$

Kurva melalui titik (2, 0), substitusikan:

$0 = a(2)^2 + 4$

$0 = 4a + 4$

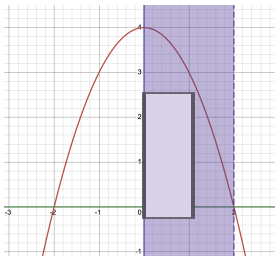
$4a = -4$

$a = -1$

Maka persamaan kurva adalah:

$y = -1x^2 + 4$ atau $y = 4 - x^2$

b) Menentukan batas yang digunakan dan variabel penentu integrasi:



Batas yang dipakai adalah $0 < x < 2$ dan grafik ini menggunakan dx (batang ungu) sebagai penentu variabel integrasi.

c) Kerjakan Integralnya:

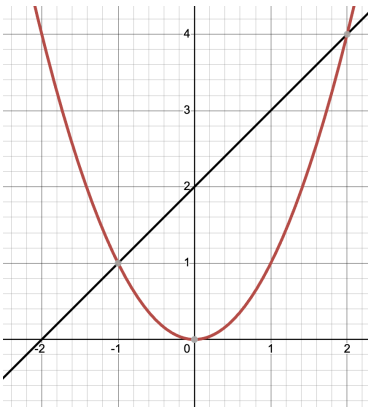
$L = \int_0^2 4 - x^2 dx$

$L = \left[4x - \frac{1}{3}x^3\right]$ *dengan batas 0 hingga 2*

$L = (4(2) - \frac{1}{3}(2)^3) - (4(0) - ⅓(0)^3)$

$L = 5\frac{1}{3}$ *satuan luas*

2.



a) Menentukan persamaan parabola:

Parabola berpuncak di (0, 0) dan melalui (1, 1):

$y = a(x - xp)^2 + yp$

$y = a(x - 0)^2 + 0$

$y = a(x)^2$

Kurva melalui titik (1, 1), substitusikan:

$1 = a(1)^2$

1 = a

Maka persamaan kurva adalah:

$y = x^2$

b) Menentukan persamaan garis:

Garis melalui titik $(x_1,y_1) = (-2, 0)$ dan $(x_2,x_1) = (0, 2)$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \frac{2-0}{0-(-2)}$

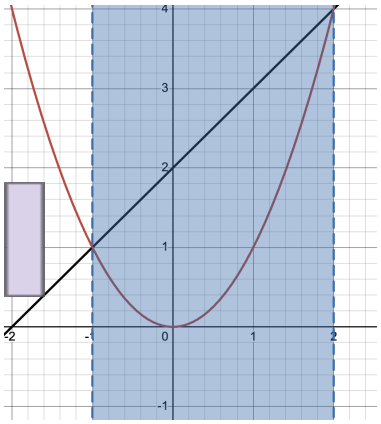
$m = \frac{2}{2}$

m = 1

Persamaan Garis: (metode ini menggunakan titik (0, 2) sebagai x_1 dan y_1)

$y - y_1 = m(x - x_1)$
$y - 2 = 1(x - 0)$
$y - 2 = x$
$y = x + 2$

c) Menentukan batas dan variabel penentu integrasi.



Titik potong
y kurva = y garis
$x^2 = x + 2$
$x^2 - x - 2 = 0$
$(x - 2)(x + 1)$
$x = 2$ atau $x = -1$
Maka batas luas dari kedua grafik ini adalah $-1 < x < 2$.
Penentu integrasi pada grafik ini adalah dx (batang ungu).

d) Kerjakan Integralnya:

$$L = \int_{-1}^{2} y\ atas\ -\ y\ bawah\ dx$$

$$L = \int_{-1}^{2} (x + 2) - x^2\ dx$$

$$L = \left[\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{3}x^3\right] \text{ dengan batas -1 hingga 2}$$

$$L = \left(\frac{1}{2}(2)^2 + 2(2) - \frac{1}{3}(2)^3\right) - \left(\frac{1}{2}(-1)^2 + 2(-1) - \frac{1}{3}(-1)^3\right)$$

$$L = \frac{10}{3} - \left(-\frac{7}{6}\right)$$

$$L = \frac{10}{3} + \frac{7}{6}$$

$$L = \frac{20}{6} + \frac{7}{6}$$

$$L = \frac{27}{6}\ satuan\ luas$$

$$L = \frac{9}{2}\ satuan\ luas$$

$$L = 4\frac{1}{2}\ satuan\ luas$$

3. Hitung luas daerah yang dibatasi kurva $y = 6x - x^2$ dan $y = x^2$

a) Menentukan titik potong kedua kurva

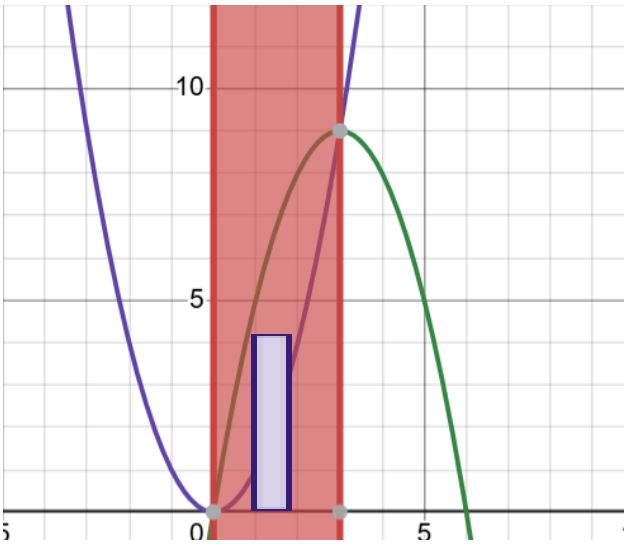
$y_1 = y_2$

$6x - x^2 = x^2$

$2x^2 - 6x = 0$

$2x (x - 3) = 0$

$x = 0$ v $x = 3$



b) Menentukan kurva atas dan kurva bawah

Pada $y = 6x - x^2 \rightarrow y = 6(1) - (1)^2 = 5$

Pada $y = x^2 \rightarrow y = (1)^2 = 1$

Karena $5 > 1$, maka kurva $y = 6x - x^2$ berada di atas (kurva atas) dan $y = x^2$ berada di bawah (kurva bawah) pada rentang interval tersebut

c) Menghitung luas daerah integral $L = \int_a^b (Kurva\ Atas - Kurva\ Bawah)\ dx$

$$L = \int_0^3 ((6x - x^2) - (x^2))dx$$

$$L = \int_0^3 ((6x - 2x^2)dx$$

$$L = \left[3x^2 - \frac{2}{3}x^3\right]_0^3$$

$L = (3(3)^2 - \frac{2}{3}(3)^3) - (3(0)^2 - \frac{2}{3}(0)^3)$

$L = (3(9) - \frac{2}{3}(27)) - 0$

$L = (27 - 18) - 0$

$L = 9$ satuan luas

4. Hitunglah luas total daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^3 - x$ dan garis $y = 3x$

a) Titik potong :

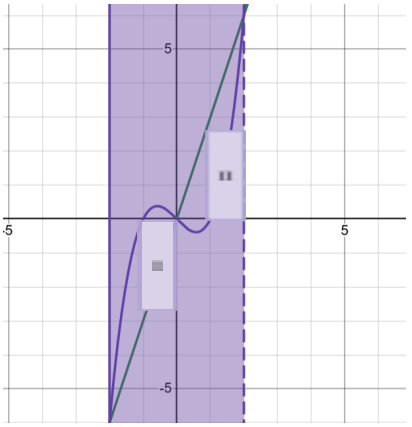
$x^3 - x = 3x$

$x^3 - 4x = 0$

$x(x^2 - 4) = 0$

$x(x - 2)(x + 2) = 0$

$x = -2,\ x = 0,\ x = 2$



Karena ada tiga titik potong, daerah tertutupnya terbagi menjadi dua bagian, yaitu:

1. Untuk Daerah I (interval $-2 < x < 0$): Kita ambil titik uji $x = -1$.

   Nilai kurva: $y = (-1)^3 - (-1) = -1 + 1 = 0$

   Nilai garis: $y = 3(-1) = -3$

   Kesimpulan Daerah I: $0 > -3$, sehingga kurva $y = x^3 - x$ berada di atas garis $y = 3x$

2. Untuk Daerah II (interval $0 < x < 2$): Kita ambil titik uji $x = 1$.

   Nilai kurva: $y = (1)^3 - (1) = 1 - 1 = 0$

   Nilai garis: $y = 3(1) = 3$

   Kesimpulan Daerah II: $3 > 0$, sehingga garis $y = 3x$ berada di atas kurva $y = x^3 - x$

b) Rumus luas daerah adalah $L = \int_a^b (Kurva\ Atas - Kurva\ Bawah)\ dx$

Maka total luasnya adalah

$L = L_I + L_{II}$.

$$L_I = \int_{-2}^{0} ((x^3 - x) - 3x)dx = \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)dx$$

$$L_{II} = \int_{0}^{2} (3x - (x^3 - x))dx = \int_{0}^{2} (4x - x^3)dx$$

c) Menghitung nilai integral

$$L_I = \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right]_{-2}^{0}$$

$$L_I = (0) - \left(\frac{1}{4}(16) - 2(4)\right)$$

$$L_I = 0 - (4 - 8)$$

$$L_I = 0 - (-4)$$

$$L_I = 4$$

$$L_{II} = \left[2x^2 - \frac{1}{4}x^4\right]_{0}^{2}$$

$$L_{II} = \left(2(2)^2 - \frac{1}{4}(2)^4\right) - \left(2(0)^2 - \frac{1}{4}(0)^4\right)$$

$$L_{II} = \left(2(4) - \frac{1}{4}(16)\right) - (0)$$

$$L_{II} = (8 - 4) - 0$$

$$L_{II} = 4$$

d) Menghitung Luas Total

$L_{total} = L_I + L_{II} L_{total} = 4 + 4 = 8$ satuan luas

5. Fungsi permintaan dan penawaran suatu barang berturut-turut adalah $P_d = -0,001Q^2 + 250$ dan $P_s = 0,0006Q^2 + 0,02Q + 100$. Jika pasar berada dalam kondisi keseimbangan, hitung besar surplus produsen!

   Diketahui:

   $P_d = -0,001Q^2 + 250$

   $P_s = 0,0006Q^2 + 0,02Q + 100$

   Langkah 1: Menentukan Titik Keseimbangan Pasar

   $P_d = P_s$

   $-0,001Q^2 + 250 = 0,0006Q^2 + 0,02Q + 100$

   $0,0016Q^2 + 0,02Q - 150 = 0$

   $16Q^2 + 200Q - 1.500.000 = 0$

   $2Q^2 + 25Q - 187.500 = 0$

   $(2Q + 625)(Q - 300) = 0$

   $Q_e = 300$, karena (-) TM

   $P_e = 0,0006(300)^2 + 0,02(300) + 100$

   $P_e = 0,0006(90.000) + 6 + 100$

   $P_e = 54 + 6 + 100 = 160$

   Langkah 2: Menghitung Surplus Produsen

   $$SP = (P_e \cdot Q_e) - \int_0^{Q_e} P_s dQ$$

   $$= (160 \cdot 300) - \int_0^{300} (0,0006Q^2 + 0,02Q + 100) dQ$$

   $$= 48.000 - \left[0,0002Q^3 + 0,01Q^2 + 100Q\right]_0^{300}$$

   $$= 48.000 - (5.400 + 900 + 30.000)$$

   $$= 48.000 - 36.300$$

   $$= 11.700$$

6. Biaya marginal (MC) suatu perusahaan dirumuskan oleh $C'(x) = 0,006x^2 - 1,5x + 8$ (dalam dolar per unit). Jika biaya tetap (FC) awal perusahaan adalah $C(0) = \$1.500.000$, tentukan total biaya produksi untuk 2.000 unit pertama!

   Diketahui:
   $C'(x) = 0,006x^2 - 1,5x + 8$
   Biaya tetap ($(FC) = C(0) = \$1.500.000$)

   Langkah 1: Menentukan Fungsi Biaya Total $C(x)$

   $C(x) = \int C'(x)dx$

   $C(x) = \int(0,006x^2 - 1,5x + 8)dx$

   $C(x) = 0,002x^3 - 0,75x^2 + 8x + K$

   Karena $C(0) = 1.500.000$, maka konstanta integrasi $K = 1.500.000$.

   $C(x) = 0,002x^3 - 0,75x^2 + 8x + 1.500.000$

   Langkah 2: Menghitung Total Biaya untuk $x = 2.000$ unit
   $C(2.000) = 0,002(2.000)^3 - 0,75(2.000)^2 + 8(2.000) + 1.500.000$
   $C(2.000) = 0,002(8.000.000.000) - 0,75(4.000.000) + 16.000 + 1.500.000$
   $C(2.000) = 16.000.000 - 3.000.000 + 16.000 + 1.500.000$
   $C(2.000) = \$14.516.000$